ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
ΕΡΓΑΣΙΑΣ 2 (1^o μέρος)

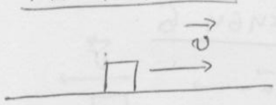
Άσκηση 1

α) $108\,\frac{km}{h} = 108\,\frac{1000\,m}{3600\,s} = \frac{108\cdot 1000}{3600}\,m/s = 30\,m/s$

β) $20\,\frac{m}{s} = 20\,\frac{\frac{1}{1000}\,km}{\frac{1}{3600}\,s} = \frac{\frac{20}{1000}}{\frac{1}{3600}}\,m/s = \frac{20\cdot 3600}{1000}\,m/s =$

$= 72\,m/s$

Άσκηση 2



α) $|\upsilon_0| = 72\,\frac{km}{h} = 72\,\frac{1000\,m}{3600\,s} = 20\,m/s$

β) Αφού η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή, η ταχύτητα είναι σταθερή άρα μετά από χρόνο $\Delta t = 5s$ η ταχύτητα θα έχει μέτρο $|\upsilon| = 20\,m/s$.

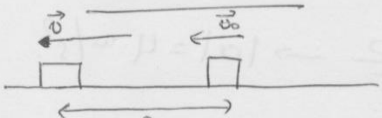
γ) Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση είναι $\vec{\upsilon}$ = σταθ.

άρα $\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = 0$

δ) $s = |\upsilon|\cdot\Delta t = 20\cdot 5 = 100\,m$

ε) $\vec{\upsilon}_0 = \longrightarrow$, $\vec{\upsilon} = \longrightarrow$, $\vec{a} = \vec{0}$.

Άσκηση 3

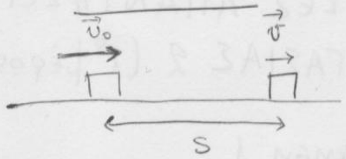


α) $|\upsilon| = |\upsilon_0| + |a|\Delta t = 20 + 2\cdot 12 = 44\,m/s$

β) $s = |\upsilon_0|\Delta t + \frac{1}{2}|a|\Delta t^2 = 20\cdot 12 + \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 12^2 = 240 + 144 = 384\,m$

γ) $\vec{\upsilon} = \longleftarrow$, $\vec{\upsilon}_0 = \leftarrow$, $\vec{a} = \longleftarrow$

Άσκηση 4



α) $|v|=|v_0|-|\alpha|\Delta t = 20-4\cdot 3 = 8\ m/s$

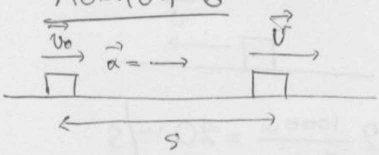
β) $s=|v_0|\Delta t-\frac{1}{2}|\alpha|\Delta t^2 = 20\cdot 3-\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 3^2 = 60-18 = 42\ m$

γ) $\vec{v} = \longrightarrow,\ \vec{v}_0 = \xrightarrow{\quad\quad\quad},\ \vec{\alpha} = \longleftarrow$

Άσκηση 5

$$s=|v_0|\Delta t \longrightarrow \Delta t = \frac{s}{|v_0|} = \frac{450}{30} = 15\ s$$

Άσκηση 6



α) $|v|=|v_0|+|\alpha|\Delta t \longrightarrow 30 = 6+3\cdot\Delta t \longrightarrow 3\Delta t = 30-6 \longrightarrow$

$3\Delta t = 24 \longrightarrow \Delta t = \frac{24}{3} \longrightarrow \Delta t = 8\ s$

β) $s=|v_0|\Delta t+\frac{1}{2}|\alpha|\Delta t^2 = 6\cdot 8+\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 8^2 = 48+\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 64$

$= 48+96 = 144\ m$

Άσκηση 7

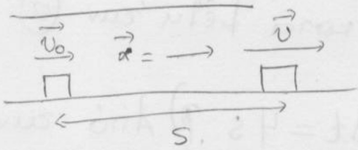
$s=|v_0|\Delta t+\frac{1}{2}|\alpha|\Delta t^2 \longrightarrow 70 = 4\cdot 5+\frac{1}{2}|\alpha|\cdot 5^2 \longrightarrow$

$\longrightarrow 70 = 20+\frac{1}{2}\cdot 25\cdot|\alpha| \longrightarrow 70\cdot 2 = 20\cdot 2+\cancel{2}\cdot\frac{1}{\cancel{2}}\cdot 25\cdot|\alpha| \longrightarrow$

$140 = 40+25|\alpha| \longrightarrow 25|\alpha| = 140-40 \longrightarrow 25|\alpha| = 100$

$\longrightarrow |\alpha| = \frac{100}{25} \longrightarrow |\alpha| = 4\ m/s^2.$

Άσκηση 8



α) $S = |u_0|\Delta t + \frac{1}{2}|\alpha|\Delta t^2 \longrightarrow 18 = 5\cdot\Delta t + \frac{1}{2}\cdot 4\cdot \Delta t^2 \longrightarrow$

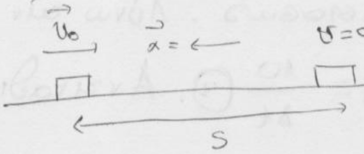
$2\Delta t^2 + 5\Delta t - 18 = 0.$ $\Delta = 5^2 - 4\cdot 2\cdot(-18) = 25 + 144 = 169$

$\Delta t = \dfrac{-5 \pm \sqrt{169}}{2\cdot 2} = \dfrac{-5 \pm 13}{4}$ → 2s δεκτή, → −4,5s απορ.

Άρα $\Delta t = 2s$

β) $|u| = |u_0| + |\alpha|\Delta t = 5 + 4\cdot 2 = 13\ m/s$

Άσκηση 9



α) $|u| = |u_0| - |\alpha|\Delta t \longrightarrow 0 = 20 - 5\cdot\Delta t \rightarrow 5\Delta t = 20 \longrightarrow$

$\Delta t = \dfrac{20}{5} \longrightarrow \Delta t = 4s$

β) $S = |u_0|\Delta t - \frac{1}{2}|\alpha|\Delta t^2 = 20\cdot 4 - \frac{1}{2}\cdot 5\cdot 4^2 = 80 - 40 = 40m$

Άσκηση 10

α) $|u| = |u_0| + |\alpha|\Delta t \longrightarrow 20 = 0 + |\alpha|\Delta t \rightarrow |\alpha|\cdot\Delta t = 20$ (1)

$S = |u_0|\Delta t + \frac{1}{2}|\alpha|\Delta t^2 \longrightarrow 40 = 0\cdot\Delta t + \frac{1}{2}\cdot|\alpha|\Delta t^2 \rightarrow$

$40 = \frac{1}{2}|\alpha|\cdot\Delta t^2 \longrightarrow 40\cdot 2 = 2\cdot\frac{1}{2}|\alpha|\Delta t^2 \rightarrow |\alpha|\Delta t^2 = 80$ (2)

Οι (1) και (2) αποτελούν σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους. Μπορεί να λυθεί με τη μέθοδο της αντικατάστασης. Εδώ ας το κάνουμε διαιρώντας κατά μέλη την ② με την ①:

$\frac{\cancel{|\alpha|}\Delta t^{\cancel{2}}}{\cancel{|\alpha|}\cancel{\Delta t}} = \frac{80}{20} \longrightarrow \Delta t = 4\,s$. β) Από την ① έχουμε:

$4|\alpha| = 20 \longrightarrow |\alpha| = \frac{20}{4} \longrightarrow |\alpha| = 5\,m/s^2$.

Άσκηση 11

α) $|\upsilon| = |\upsilon_0| - |\alpha|\Delta t \rightarrow 0 = 10 - |\alpha|\Delta t \rightarrow |\alpha|\Delta t = 10$ ①

$s = |\upsilon_0|\Delta t - \frac{1}{2}|\alpha|\Delta t^2 \longrightarrow 25 = 10\Delta t - \frac{1}{2}|\alpha|\Delta t^2$ ②

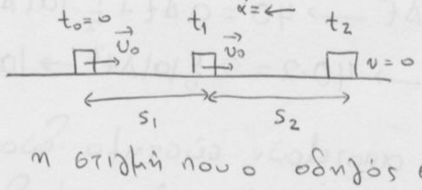
Οι ① και ② είναι σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους. Τώρα θα το λύσουμε με τη μέθοδο της αντικατάστασης. Λύνω την ① ως προς $|\alpha|$ και είναι $|\alpha| = \frac{10}{\Delta t}$ ③. Αντικαθιστώ την ③ στη ② και έχουμε $25 = 10\Delta t - \frac{1}{2}\cdot\frac{10}{\cancel{\Delta t}}\cdot\Delta t^{\cancel{2}} \rightarrow$

$25 = 10\Delta t - 5\Delta t \rightarrow 25 = 5\Delta t \longrightarrow \Delta t = \frac{25}{5} \rightarrow$

$\Delta t = 5\,s$.

β) Από την ③ βρίσκουμε $|\alpha| = \frac{10}{5} \rightarrow |\alpha| = 2\,m/s^2$.

Άσκηση 12



Έστω $t_0 = 0$ η στιγμή που ο οδηγός είδε το εμπόδιο, t_1 η στιγμή που πάτησε το φρένο και t_2 η στιγμή που σταμάτησε.

Στο χρονικό διάστημα από t_1 έως t_2 η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη. Άρα είναι:

$|v| = |v_0| - |a|\Delta t \rightarrow 0 = 20 - 4(t_2 - t_1) \rightarrow 4(t_2 - t_1) = 20 \rightarrow$

$t_2 - t_1 = \frac{20}{4} \rightarrow t_2 - t_1 = 5s$ και

$S_2 = |v_0|\Delta t - \frac{1}{2}|a|\Delta t^2 = 20(t_2 - t_1) - \frac{1}{2}\cdot 4(t_2 - t_1)^2 = 20\cdot 5 - \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 5^2$

$= 100 - 50 \rightarrow S_2 = 50m$

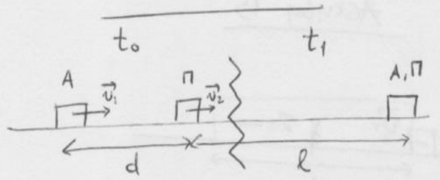
Άρα $S_1 = d - S_2 = 58 - 50 \rightarrow S_1 = 8m$.

Στο χρονικό διάστημα από t_0 έως t_1 η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή άρα $S_1 = |v_0|\Delta t \rightarrow S_1 = |v_0|(t_1 - t_0) \rightarrow$

$S_1 = |v_0| t_1 \rightarrow 8 = 20\cdot t_1 \rightarrow t_1 = \frac{8}{20} \rightarrow t_1 = 0{,}4s$.

Άρα ο χρόνος αντίδρασης είναι $\Delta t = t_1 - t_0 = 0{,}4s$

Άσκηση 13



Και τα δύο σώματα εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Για το αυτοκίνητο είναι $S_A = |v_1|\Delta t \rightarrow d + \ell = |v_1|\cdot\Delta t \rightarrow$

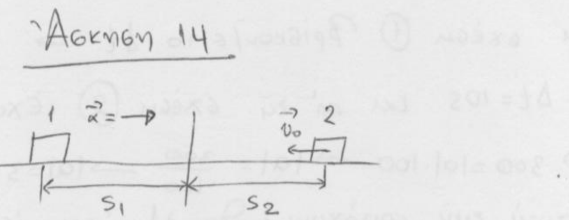
$200 + \ell = 15\cdot\Delta t$ (1). Για το παπάκι είναι $S_B = |v_2|\Delta t \rightarrow \ell = 5\cdot\Delta t$ (2)

Οι (1), (2) είναι σύστημα. Αντικαθιστώντας τη (2) στην (1) έχουμε:

$200 + 5\Delta t = 15\Delta t \rightarrow 200 = 15\Delta t - 5\Delta t \rightarrow 200 = 10\Delta t \rightarrow \Delta t = \frac{200}{10} \rightarrow$

$\Delta t = 20s$.

Άσκηση 14



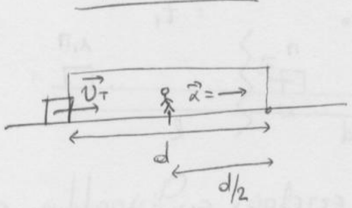
Το σώμα 1 εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση άρα $S_1 = |\cancel{v_0}|\cancel{\Delta t}^{0} + \frac{1}{2}|a|\Delta t^2 \longrightarrow S_1 = \frac{1}{2}|a|\Delta t^2 \to S_1 = \frac{1}{2}\cdot 4\cdot \Delta t^2 \to$ $S_1 = 2\Delta t^2$ (1). Το σώμα 2 εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση άρα $S_2 = |v_0|\Delta t \to S_2 = 10\Delta t$ (2). Επίσης $S_1 + S_2 = d \to$ $S_1 + S_2 = 72$ (3). Οι (1),(2),(3) είναι σύστημα τριών εξισώσεων με τρεις αγνώστους. Αντικαθιστούμε στην (3) τις (1) και (2) και έχουμε: $2\Delta t^2 + 10\Delta t = 72 \longrightarrow$

$\Delta t^2 + 5\Delta t - 36 = 0$ $\quad \Delta = 5^2 - 4\cdot 1\cdot(-36) = 25 + 144 = 169$

άρα $\Delta t = \frac{-5 \pm \sqrt{169}}{2} = \frac{-5 \pm 13}{2}$ $\nearrow$ 4s Δεκτή, $\searrow$ -9s Απορ.

Άρα θα συναντηθούν σε χρόνο $\Delta t = 4s$.

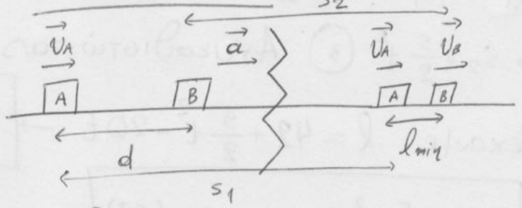
Άσκηση 15



Η ελάχιστη επιτάχυνση θα είναι προφανώς εκείνη για την οποία ο τεχνικός με το τρένο θα συναντιώνται ακριβώς στην έξοδο του τούνελ. Το τρένο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση άρα $S = |v|\Delta t \to d = 30\cdot\Delta t$ (1). Ο τεχνικός εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση άρα $S = |\cancel{v_0}|\cancel{\Delta t}^{0} + \frac{1}{2}|a|\Delta t^2 \longrightarrow \frac{d}{2} = \frac{1}{2}|a|\Delta t^2 \to d = |a|\Delta t^2$ (2).

Από τη σχέση (1) βρίσκουμε το $\Delta t \to 300 = 30\cdot\Delta t \to \Delta t = \frac{300}{30}$ $\longrightarrow \Delta t = 10s$ και από τη σχέση (2) έχουμε $300 = |a|\cdot 10^2$ $\longrightarrow 300 = |a|\cdot 100 \to |a| = \frac{300}{100} \longrightarrow |a| = 3\,m/s^2$. Άρα αν κινηθεί με αυτή την επιτάχυνση θα γλιτώσει ίσα-ίσα και αν κινηθεί με μεγαλύτερη θα γλιτώσει άνετα.

Άσκηση 16



α) Τα δύο σώματα θα βρίσκονται στην ελάχιστη απόσταση όταν έχουν ίδια ταχύτητα δηλαδή όταν το σώμα αποκτήσει ταχύτητα μέτρου $|\upsilon_B|=|\upsilon_A|=20\,m/s$.

Αν Δt το χρονικό διάστημα που θα χρειαστεί για να συμβεί αυτό, θα είναι για το σώμα B:

$$|\upsilon_B|=|\upsilon_{0B}|+|a|\Delta t \longrightarrow 20=0+5\cdot\Delta t \longrightarrow 5\Delta t=20 \longrightarrow$$

$$\Delta t=\frac{20}{5} \longrightarrow \Delta t=4s$$

β) Το σώμα A εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση άρα

$S_1=|\upsilon_A|\Delta t=20\cdot 4=80m$.

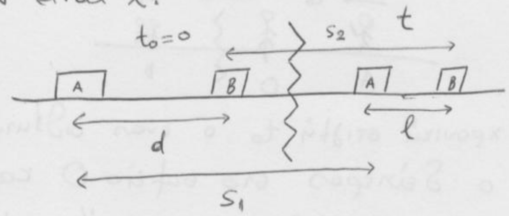
Το σώμα B εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση άρα $S_2=|\upsilon_{0B}|\Delta t+\frac{1}{2}|a|\Delta t^2=0+\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 4^2$

$\longrightarrow S_2=40m$.

Από το σχήμα φαίνεται ότι $d+S_2=S_1+\ell_{min} \longrightarrow$

$42+40=80+\ell_{min} \longrightarrow \ell_{min}=2m$.

γ) Έστω $t_0=0$ η χρονική στιγμή που ξεκινά το σώμα B και t μια τυχαία χρονική στιγμή αργότερα όπου η απόσταση των δυο σωμάτων είναι ℓ.



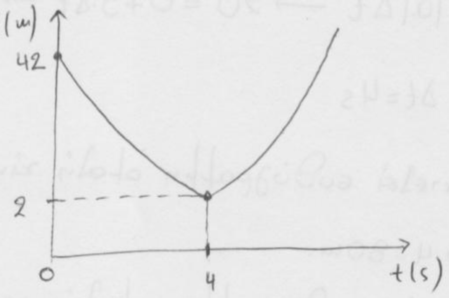
Είναι $d+S_2=l+S_1 \rightarrow l=d+S_2-S_1$ (1)

Είναι $S_1=|v_A|t \rightarrow S_1=20t$ (2), $S_2=\cancel{|v_{0B}|\Delta t}+\frac{1}{2}|a|\Delta t^2 \rightarrow$

$S_2=\frac{1}{2}5t^2 \rightarrow S_2=\frac{5}{2}t^2$ (3). Αντικαθιστώντας στην (1) τις (2) και (3) έχουμε $l=42+\frac{5}{2}t^2-20t \rightarrow \boxed{l=\frac{5}{2}t^2-20t+42\ (SI)}$

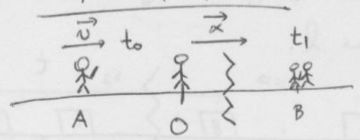
ή καλύτερα $\boxed{l(t)=\frac{5}{2}t^2-20t+42 \quad (SI)}$

Για επιβεβαίωση δείτε ότι $l(0)=d=42m$ και $l(4)=\frac{5}{2}\cdot 16-20\cdot 4+42=2m=l_{min}$. Για καλύτερη κατανόηση ας δούμε τη γραφική παράσταση $l-t$:



η οποία είναι παραβολή (μορφή $y=ax^2+\beta x+\gamma$). Από αυτήν φαίνεται καθαρά ότι η απόσταση των δύο σωμάτων μικραίνει μέχρι τη στιγμή $t=4s$ όπου παίρνει την ελάχιστη τιμή ($l_{min}=2m$) και από εκεί και πέρα μεγαλώνει όπως περιμέναμε.

Άσκηση 17



Έστω ότι τη χρονική στιγμή t_0 ο ένας αθλητής είναι στο σημείο Α και ο δεύτερος στο σημείο Ο και έστω t_1 η στιγμή που γίνεται η αλλαγή της σκυτάλης έστω στο σημείο Β.

Στο χρονικό διάστημα $\Delta t = t_1 - t_0$ ο πρώτος αθλητής έχει διανύσει διάστημα $s_1 = (AB)$ και ο δεύτερος $s_2 = (OB)$.
Η "τέλεια" αλλαγή θα συμβεί αν αυτή γίνει όσο πιο αργά γίνεται ώστε ο αθλητής Β να έχει διανύσει μεγαλύτερη απόσταση άρα να έχει κερδίσει περισσότερα μέτρα.
Όπως είδαμε στην προηγούμενη άσκηση, η ελάχιστη απόσταση συμβαίνει όταν οι ταχύτητες γίνουν ίσες. Εδώ η ελάχιστη απόσταση θα είναι μηδέν και για να συμβεί όσο το δυνατόν αργότερα θα πρέπει να συμβεί όταν οι ταχύτητες είναι ίσες. Άρα τη στιγμή της αλλαγής η ταχύτητα του Β πρέπει να είναι $|\upsilon_B| = |\upsilon| = 10\,m/s$.

Είναι $|\upsilon_B| = \overset{0}{\cancel{|\upsilon_{0B}|}} + |\alpha|\Delta t \longrightarrow 10 = 2\cdot\Delta t \longrightarrow \Delta t = 5\,s$.

Ο Α εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση άρα είναι

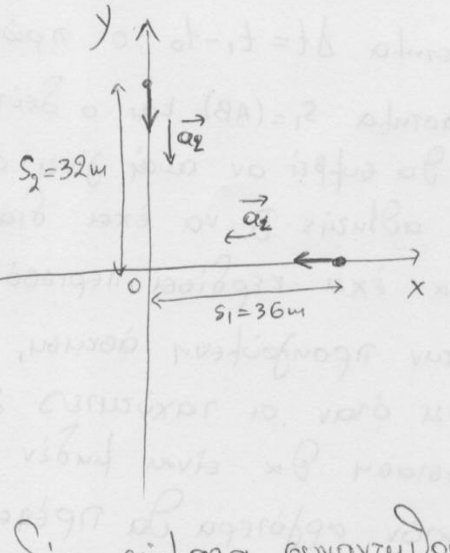
$s_1 = |\upsilon|\Delta t \longrightarrow (AB) = 10\cdot 5 \longrightarrow (AB) = 50\,m$.

Ο Β εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση άρα $s_2 = (OB) = \overset{0}{\cancel{|\upsilon_{0B}|\Delta t}} + \frac{1}{2}|\alpha|\Delta t^2 = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 5^2 \longrightarrow$ $(OB) = 25\,m$. Άρα η ζητούμενη απόσταση είναι η

$$(AO) = (AB) - (OB) = 50 - 25 \longrightarrow \boxed{(AO) = 25\,m}.$$

Άσκηση 18

Τα δύο σώματα εκτελούν ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Η θέση τους τη χρονική στιγμή t_0 φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Προφανώς αν τα δύο σώματα συναντηθούν, αυτό θα γίνει στο σημείο O, έστω τη στιγμή t_1.

Για το χρονικό διάστημα $\Delta t = t_1 - t_0$ έχουμε για το σώμα B: $S_2 = |\cancel{v_{0B}}|\Delta t + \frac{1}{2}|a_2|\Delta t^2 \longrightarrow 32 = \frac{1}{2}\cdot 4\cdot \Delta t^2 \longrightarrow 32 = 2\cdot\Delta t^2$

$\longrightarrow \Delta t^2 = \frac{32}{2} \longrightarrow \Delta t^2 = 16 \longrightarrow \Delta t = 4\ s.$

Για το σώμα A στο ίδιο χρονικό διάστημα έχουμε:

$S_1 = |v_{0A}|\Delta t + \frac{1}{2}|a_1|\Delta t^2 \longrightarrow 36 = 5\cdot 4 + \frac{1}{2}|a_1|\cdot 4^2 \longrightarrow$

$36 = 20 + \frac{1}{2}\cdot 16\cdot |a_1| \longrightarrow 36 = 20 + 8|a_1| \longrightarrow 8|a_1| = 36 - 20$

$\longrightarrow 8|a_1| = 16 \longrightarrow |a_1| = \frac{16}{8} \longrightarrow |a_1| = 2\ m/s^2.$